POLITECHNIKA WARSZAWSKA
Wydział Matematyki i Nauk Informacyjnych

Streszczenie

ROZPRAWA DOKTORSKA

Uogólnienia problemu unikania repetycji w słowach

Autor: mgr Urszula Pastwa

Promotor: prof. Zbigniew Lonc

Rozprawa doktorska dotyczy uogólnień problemu unikania repetycji w słowach. Rozważamy nieskończony ciąg (x_n) oraz jego podciąg $x_{n_1}x_{n_2}\dots x_{n_{rt}}$. Mówimy, że podciąg jest *realizacją r-repetycji*, jeśli jest r-krotnym powtórzeniem tego samego ciągu (zwanego *blokiem* tej realizacji repetycji), czyli jeśli $x_{n_i} = x_{n_{i+t}}$ dla każdego $1 \leqslant i \leqslant (r-1)t$. Już ponad wiek temu Axel Thue rozważał problem istnienia ciągu, w którym żaden spójny podciąg (w którym $n_{i+1} = n_i + 1$ dla $1 \leqslant i \leqslant rt-1$) nie jest realizacją r-repetycji. Taki ciąg dla $r = 2$ można otrzymać, używając do tego jedynie 3 symboli, natomiast dla $r \geqslant 3$ wystarczą 2 symbole.

W pierwszych trzech rozdziałach zostało przedstawione uogólnienie tego problemu na sytuację **unikania repetycji z przeskokami**, czyli gdy dopuszczamy, by realizacja repetycji była niekoniecznie spójnym podciągiem (zamiast tego ograniczenia proponujemy inne, mniej restrykcyjne). W każdej z tych sytuacji badamy górne i dolne ograniczenia na minimalną liczbę symboli alfabetu, która umożliwia uniknięcie repetycji.

Część dowodów przebiega poprzez przedstawienie konstrukcji nieskończonego ciągu unikającego repetycji (przy ograniczeniu górnym na liczbę potrzebnych symboli) lub wskazanie algorytmu na znalezienie realizacji repetycji (przy dowodach ograniczenia górnego). W kilku sytuacjach przedstawiamy dowody probabilistyczne, nie dające co prawda konkretnego ciągu unikającego repetycji, ale pozwalające uzyskać lepsze (a w niektórych sytuacjach nawet jedyne) oszacowania. Pokazujemy również powiązanie problemu unikania repetycji z regularnymi przeskokami z liczbami van der Waerdena.

W dalszej części pracy rozszerzamy dotychczas postawione problemy na sytuację, gdy szukamy wystąpień pewnej struktury bardziej złożonej niż repetycja, tak zwanego **wzorca**. Przedstawione dowody korzystają z niekonstruktywnej metody kompresji entropii.

Na końcu niektórych rozdziałów wykorzystujemy dyskretne wyniki zaprezentowane wcześniej do zbadania **problemów geometrycznych** kolorowania grafu jednostkowego przestrzeni $\mathbb{R}^d$ i przestrzeni $\mathbb{Z}^d$ w taki sposób, by na pewnych ustalonych prostych nie istniała realizacja repetycji.