

# Autoreferat

## I Imię i nazwisko

Zbigniew Bartoszewski

## II Posiadane dyplomy, stopnie naukowe

Stopień mgr matematyki:	Uniwersytet Wrocławski	1970 r.
Stopień doktora nauk matematycznych:	Uniwersytet Moskiewski im. Łomonosowa	1982 r.
Tytuł pracy doktorskiej (w przekładzie na język polski):	Korekcja i dyskretyzacja ogólnego liniowego zagadnienia brzegowego dla nieliniowego układu równań różniczkowych zwyczajnych w postaci normalnej	

## III Informacje o dotychczasowym zatrudnieniu w jednostkach naukowych

Miejsce pracy	Stanowisko	Od-do
Uniwersytet Gdański	asystent, st. asystent	1.X.1971 – 30.XI.1982
	adiunkt	1.XII.1982 – 30.IX.1993
	starszy wykładowca	1.X.1993 – 30.IX.1998
Politechnika Gdańska	adiunkt	1.X.1998 – do chwili obecnej
Wyższa Szkoła Bankowa w Gdańsku	adiunkt	1.X.1998 – do chwili obecnej

## IV Osiągnięcia wynikającego z art. 16 ust. 2 ustawy z dnia 14 marca 2003 r. o stopniach naukowych i tytule naukowym oraz o stopniach i tytule w zakresie sztuki zawarte w rozprawie habilitacyjnej

### (a) Wprowadzenie

Przedkładana jako rozprawa habilitacyjna monografia [1] poświęcona jest metodom przybliżonym rozwiązywania równań różniczkowo-funkcyjnych (w skrócie FD) a głównie roz-

wiązywaniu równań różniczkowych z opóźnieniem. Równania takie są wykorzystywane do modelowania różnych zjawisk w biologii, epidemiologii, ekonomii, fizyce, chemii, medycynie i innych obszarach nauki. Stąd wynika potrzeba posiadania efektywnych metod rozwiązywania takich problemów matematycznych. Praca składa się z trzech rozdziałów: wstępu, rozdziału drugiego poświęconego dwukrokowym metodom Rungego-Kutty (w skrócie TSRK) reprezentującym w tej pracy metody bezpośrednie rozwiązywania równań różniczkowo-funkcyjnych i rozdziału trzeciego poświęconego metodom iteracyjnym typu 'waveform relaxation' (w skrócie WR) rozwiązywania takich równań.

We wstępie zdefiniowane zostały klasy równań różniczkowo-funkcyjnych rozpatrywane w dalszej części pracy wraz z podstawowymi definicjami występujących później pojęć oraz podane zostały przykłady równań używanych w naukach społecznych przy modelowaniu pewnych zjawisk w dynamice populacji, w chemii przy modelowaniu kinetyki enzymów, w medycynie przy modelowaniu reakcji immunologicznych organizmu w przypadku żółtaczk zakaźnej typu B i modelowaniu rozwoju komórek rakowych i ich reakcji na leczenie oraz w fizyce przy modelowaniu dynamiki reaktorów nuklearnych. Część tych równań używana jest w dalszej części pracy do testowania jakości przedstawianych w pracy nowych metod rozwiązywania równań różniczkowo-funkcyjnych. We wstępie dany został też zarys historyczny rozwoju zarówno metod bezpośrednich jak i metod typu WR rozwiązywania tego typu równań. Omówione zostały również zalety i wady poszczególnych typów metod wraz z ukazaniem trudności pojawiających się przy ich stosowaniu.

Rozdziały drugi i trzeci pracy oparte są na wynikach wcześniej uzyskanych i opublikowanych wraz z innymi współautorami w [2-11] i zawierają treści rozszerzone (i przeredagowane) w porównaniu do treści opublikowanych artykułów. Omówione w dalszej części autoreferatu wyniki dotyczą wkładu habilitanta w ich uzyskanie.

## **(b) Dwukrokowe metody Rungego-Kutty (TSRK) i ich ciągłe rozszerzenia (CTSRK) jako bezpośrednie metody rozwiązywania równań różniczkowo-funkcyjnych**

Jako bezpośrednie metody rozwiązywania równań różniczkowo-funkcyjnych wybrane zostały ciągłe rozszerzenia TSRK metod ze względu na następujące cechy:

- rozwiązanie możemy otrzymać wykonując jeden raz kolejne kroki tej metody od punktu początkowego do punktu końcowego w przeciwieństwie do metod iteracyjnych, gdzie te czynności wykonuje się wiele razy;
- dobre własności jeśli chodzi o ich stabilność;
- łatwość konstrukcji ciągłych rozszerzeń metod TSRK dzięki dostępności wysokiej dokładności rozwiązania i jego pochodnych w punktach pomiędzy węzłami (w punktach, dla których mamy tzw. stage values);

- nie są wymagane dodatkowe obliczenia prawych stron równania przy zmianie wielkości kroku;
- przy mniejszej liczbie obliczeń prawej strony równania niż w innych metodach otrzymujemy wyższą dokładność rozwiązania.

Metody TSRK są reprezentowane przez wektor  $c = (c_1, \dots, c_s)^T$  oraz następującą tablicę współczynników:

$$\frac{u}{\eta} \left| \begin{array}{c|c|c} A & B \\ \hline v^T & w^T \end{array} \right. = \begin{array}{c|cccc|cccc} u_1 & a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1s} & b_{11} & b_{12} & \dots & b_{1s} \\ u_2 & a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2s} & b_{21} & b_{22} & \dots & b_{2s} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ u_s & a_{s1} & a_{s2} & \dots & a_{ss} & b_{s1} & b_{s2} & \dots & b_{ss} \\ \hline \eta & v_1 & v_2 & \dots & v_s & w_1 & w_2 & \dots & w_s \end{array}$$

podczas gdy 'klasyczna' jednokrokowa metoda Rungego-Kutty reprezentowana jest również przez wektor  $c = (c_1, \dots, c_s)^T$  oraz odpowiednio przez macierz i wektor współczynników

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1s} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2s} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{s1} & a_{s2} & \dots & a_{ss} \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_s \end{bmatrix}.$$

Jak widać, w przypadku metody TSRK, jest ich znacznie więcej niż w przypadku 'klasycznych' jednokrokowych metod Rungego-Kutty i dzięki temu uzyskujemy większą swobodę przy konstrukcji metod TSRK oraz możemy ominąć znane bariery wynikające z zależności pomiędzy rzędem metody a ilością wartości etapowych (stage values) dla metod jednokrokowych. Z drugiej strony, ta większa ilość współczynników do wyznaczenia połączona z dodatkowym wymaganie zapewnienia metodzie odpowiedniej własności stabilności czyni ich wyznaczanie znacznie trudniejszym zadaniem. Część tych współczynników można wyrazić poprzez pozostałe współczynniki korzystając z warunków na rząd metody i w ten sposób zmniejszyć ilość wyznaczanych współczynników, które mają spełniać warunki stabilności.

W drugim rozdziale pracy została wyprowadzona zależność rekurencyjna (równanie (2.21)), której analiza pozwoliła udowodnić dwa twierdzenia: Twierdzenie 2.2.3 oraz Twierdzenie 3.2 z pracy [4], które z kolei pozwoliły udowodnić Twierdzenie 2.2.5 dające podstawę do konstrukcji opisanych w dalszej części pracy ciągłych rozszerzeń metod TSRK odpowiednich do rozwiązywania tzw. 'sztywnych' równań różniczkowych z opóźnieniem. Następnie, sformułowane zostało (i udowodnione choć dowód nie został zamieszczony ze względu na to, że przeprowadza się go standardową techniką) twierdzenie (Twierdzenie 2.4.1, por. też [6]) dające warunki dostateczne zbieżności ciągłych rozszerzeń stabilnych metod TSRK z zachowaniem obu rzędów (etapowego i 'ogólnego') wyjściowej metody TSRK.

W dalszej części omawianego rozdziału sformułowana została metoda wyznaczania uwikłanych (A-stabilnych i L-stabilnych) metod TSRK oraz niewikłanych (z dużym przedziałem stabilności) metod TSRK, gdzie w obu przypadkach liczba wartości etapowych jest o jeden mniejsza niż oba rzędy metody (por. sekcję 2.5 i pracę [2]). Wyznaczono też współczynniki trzech niewikłanych metod mających wspomniane własności - jednej rzędu czwartego, drugiej rzędu piątego a trzeciej rzędu szóstego oraz współczynniki trzech metod uwikłanych o wymienionych własnościach - jednej rzędu czwartego, drugiej rzędu piątego i trzeciej rzędu szóstego. Trzeba zaznaczyć, że jest to zadanie mocno skomplikowane numerycznie, ponieważ trzeba wyznaczyć odpowiednio 11, 17 i 24 parametry rozwiązując bardzo źle uwarunkowane nieliniowe zadanie najmniejszych kwadratów z funkcją bez wzoru analitycznego a której wartości można było tylko wyznaczyć numerycznie. Zadania tego nie można było rozwiązać za pomocą dostępnych narzędzi, np. tych, które znajdują się w pakietach Mathematica czy Matlab. Trzeba było zaprojektować specjalne metody aby uzyskać akceptowalne rozwiązanie.

Choć wspomniane metody skonstruowane zostały dla stałego kroku, w pracy pokazano jak można je stosować ze zmiennym krokiem i jak dobierać długość kroku korzystając z oszacowania błędu oraz jak zaadaptować je do rozwiązywania układów równań różniczkowo-funkcyjnych, w których prawa strona układu zawiera argument z maksimumi szukanych funkcji na pewnym przedziale.

Kolejnymi metodami badanymi w pracy są metody TSRK w postaci Nordsiecka. Zostały udowodnione Twierdzenie 2.6.2 i Tw 2.6.3 dzięki którym można było wyprowadzić wzór na bardzo dokładne oszacowanie błędu rozwiązania przybliżonego na każdym kroku (wzór (2.93) i (2.95)), a włączenie stałej błędu jako parametru przy wyznaczaniu pozostałych współczynników metody poprzez maksymalizację obszaru stabilności pozwoliło wyznaczyć dwie niewikłane metody TSRK trzeciego rzędu z dużymi obszarami stabilności dając tym metodom możliwość konkurowania z innymi powszechnie stosowanymi metodami tego rzędu. Następnie, skonstruowane zostały ciągłe rozszerzenia tych metod w taki sposób, że funkcja błędu  $E(\theta)$ ,  $\theta \in [0, 1]$  oraz druga funkcja  $\widehat{C}_3(\theta)$  (też związana z błędem metody),  $\theta \in [0, 1]$ , realizują odpowiednio minimum  $\int_0^1 \bar{E}^2(\theta) d\theta$  i minimum  $\int_0^1 \bar{C}_3^2(\theta) d\theta$  wśród wszystkich dopuszczalnych funkcji błędu  $\bar{E}(\theta)$  i  $\bar{C}_3(\theta)$ . Eksperymenty numeryczne przeprowadzone na wielu przykładach pokazały, że metody te dają dokładniejsze wyniki używając przy tym mniejszej ilości obliczeń prawych stron równań niż np. metoda trzeciego rzędu dde23 zaimplementowana w profesjonalnym pakiecie Matlab.

W kolejnej sekcji (por. sekcję 2.7.1) skonstruowane zostały ciągłe rozszerzenia tzw. 'sztywnie dokładnych' uwikłanych metod TSRK trzeciego rzędu korzystając z wcześniej udowodnionego twierdzenia (Twierdzenie 2.7.2) zapewniającego zbieżność takiego rozszerzenia z rzędem równym rzędowi bazowej metody. Do konstrukcji tych rozszerzeń wykorzystano też wcześniejsze twierdzenie określające warunki, które mają być spełnione aby uzyskana ciągła metoda była P-stabilna. Eksperymenty numeryczne wykonane na sztyw-

nym układzie dziesięciu równań FD z pięcioma opóźnieniami modelującymi reakcję immunologiczną na wirusy żółtaczkę zakaźnej pokazały, że uzyskana metoda daje wystarczająco dokładne wyniki.

Na zakończenie rozdziału drugiego opisana została konstrukcja wysoce stabilnych ciągłych uwikłanych metod TSRK umożliwiającą rozwiązywanie równań różniczkowo-funkcyjnych korzystając z obliczeń równoległych na komputerach z wieloma procesorami. Udziałem habilitanta jest tutaj dowód twierdzenia o jednostajnej zbieżności CTSRK z takim samym rzędem jak metoda TSRK oraz konstrukcja takich metod rzędu trzeciego i czwartego z odpowiednio dwoma i trzema wartościami etapowymi na każdym kroku. Skonstruowana ciągła metoda czwartego rzędu została przetestowana na dwóch trudnych (i stawiających duże wymagania każdej metodzie numerycznej) układach równań z opóźnieniem modelujących pewne zjawiska z kinetyki enzymów (Oregonator z opóźnieniem i 4D kinetyka enzymów). Uzyskane wyniki pokazują efektywność i dobrą dokładność tej metody.

### (c) Metody iteracyjne rozwiązywania równań różniczkowo-funkcyjnych i różniczkowo-algebraicznych i oszacowania błędów zależne od opóźnień

W rozdziale tym rozpatrywano zagadnienie początkowe dla układu równań FD typu Volterra

$$x'(t) = f(t, x(t), x(\cdot)), \quad t \in I = [0, T], \quad x(0) = a \quad (1)$$

oraz metody typu WR

$$x'_{k+1}(t) = F(t, x_{k+1}(t), x_k(t), x_k(\cdot)), \quad t \in I, \quad x_{k+1}(0) = a, \quad (2)$$

gdzie  $f(t, x(t), x(\cdot)) = F(t, x(t), x(t), x(\cdot))$ ,  $t \in I$ . Przy założeniu, że  $F$  spełnia odpowiedni warunek Lipschitza względem dwóch ostatnich argumentów oraz jednostronny warunek Lipschitza względem drugiego argumentu oraz istnieje pewna pomocnicza funkcja majoryzująca funkcję występującą po prawej stronie jednostronnego warunku Lipschitza udowodniono twierdzenie (Twierdzenie 3.1.4) o jednostajnej zbieżności ciągu generowanego metodą WR (2) do rozwiązania zagadnienia początkowego dla układu równań FD. Jednocześnie uzyskano oszacowanie błędu kolejnego przybliżenia  $x_k$  (wzór 3.29). Pokazano też związek udowodnionego twierdzenia z innym twierdzeniem tego typu. Przeprowadzona została też dyskusja innych warunków gwarantujących zbieżność ciągu  $x_k$ . Udowodniona została też zbieżność zaburzonej metody WR wraz z podaniem oszacowania błędu.

W dalszej części tego rozdziału rozpatrzono równanie (1) z jawnie wypisanym warunkiem początkowym

$$x(t) = g(t), \quad t \in [h, 0], \quad h < 0 \quad (3)$$

(równanie (1) może zawierać taki warunek dla  $t < 0$  ukryty w definicji  $f$ ) oraz metodę WR

$$\begin{aligned} x'_{k+1}(t) &= f(t, x_{k+1}(t), x_k(\cdot)), \quad t \in I, \quad k = 0, 1, \dots, \\ x_{k+1}(t) &= g(t), \quad t \in [h, 0]. \end{aligned} \quad (4)$$

Przy założeniu, że  $f$  spełnia jednostronny warunek Lipschitza względem drugiego argumentu oraz warunek Lipschitza względem trzeciego argumentu z normą z 'opóźnieniem', udowodniono twierdzenie (Twierdzenie 3.2.2) dające oszacowanie błędu metody zależne od opóźnienia i pozwalające przy pewnych założeniach (dodatniość minimum opóźnienia) wywnioskować, że rozwiązanie otrzymamy po skończonej liczbie kroków. Udowodniono też inne bardzo dokładne oszacowania błędu metody (4) zależne od opóźnienia występującego w równaniu (1) (Twierdzenie 3.2.10 i Twierdzenie 3.2.12), z których łatwo wynikają warunki zbieżności metody WR. Podane też zostały oszacowania dla innych specjalnych przypadków (Lemat 3.2.15 i Wniosek 3.2.16).

Dla warunku początkowego (3) rozpatrzono też ogólną metodę WR typu (2) z odpowiednio zmienionym warunkiem początkowym i wyprowadzono oszacowanie błędu tej metody zależne od opóźnienia (Twierdzenie 3.2.20 i Twierdzenie 3.2.22) oraz udowodniono twierdzenie (Twierdzenie 3.2.25), z którego łatwo wywnioskować zbieżność metody WR po skończonej liczbie kroków przy niezaniżającym opóźnieniu. Wartość otrzymanych oszacowań zweryfikowano przeprowadzając eksperymenty numeryczne na czterech przykładach.

W dalszej części tego rozdziału rozpatrzone zostały równania FD typu neutralnego, tj. równania zawierające po prawej stronie pochodną niewiadomej funkcji z opóźnionym argumentem. Do analizy błędów metody WR dla tego typu równań użyte zostały pewne uogólnienia norm, tj. normy o wartościach wektorowych, normy ważone (Bieleckiego) oraz wektor Perrona odpowiedniej macierzy. Umożliwiło to podanie warunków (warunek Lipschitza nałożony na prawą stronę równania i warunek nałożony na opóźnienie), przy których udowodniono twierdzenia o istnieniu rozwiązania równania FD i zbieżności metody WR jeśli stała Lipschitza jest mniejsza niż jeden lub spełniony jest wspomniany warunek nałożony na opóźnienie (i wtedy stała Lipschitza nie musi być mniejsza niż jeden, por. Twierdzenie 3.4.6). Udowodnione zostało też twierdzenie (Twierdzenie 3.4.9) dające oszacowanie błędu metody i warunek przy którym rozwiązanie równania FD typu neutralnego otrzymamy metodą WR po skończonej liczbie kroków. Przeprowadzona została też dyskusja pewnych specjalnych przypadków dla których również zostały otrzymane oszacowania błędów metody WR.

Otrzymane wyniki zostały zweryfikowane dokonując numerycznych eksperymentów na dwóch przykładach, w tym na uogólnionym równaniu pantografu, które stawia duże wymagania każdej użytej do jego rozwiązania metodzie numerycznej.

Na koniec tego rozdziału rozpatrzone zostały układy równań całkowo-algebraicznych (niekoniecznie typu Volterra) postaci

$$\begin{aligned} x(t) &= x^o + \int_0^t f(t, s, x(\cdot), \lambda(\cdot)) ds, \quad t \in I = [0, T] \\ \lambda(t) &= g(t, x(\cdot), \lambda(\cdot)), \quad t \in I \end{aligned}$$

i quasi-liniowe układy równań różniczkowo-algebraicznych typu

$$\begin{aligned}x'(t) &= A(t)x(t) + f(t, x(\cdot), \lambda(\cdot)), \quad t \in I, \\x(0) &= x^o, \\ \lambda(t) &= g(t, x(\cdot), \lambda(\cdot)), \quad t \in I.\end{aligned}$$

Korzystając z normy ważonej (Bieleckiego) oraz wektora Perrona odpowiedniej macierzy podane zostały warunki, których spełnienie gwarantuje istnienie jednoznacznego punktu stałego operatora zdefiniowanego przez prawą stronę układu równań całkowo algebraicznych oraz zbieżność odpowiednio zdefiniowanego procesu iteracyjnego. Również wyprowadzone zostało oszacowanie szybkości zbieżności tego procesu (Twierdzenie 3.6.2). Przeprowadzono też dyskusję pewnych specjalnych układów równań całkowo-algebraicznych. Dla quasi-liniowych układów równań różniczkowo-algebraicznych dokładnie przeanalizowano cztery metody iteracyjne typu Gaussa-Seidela. Podane zostały oszacowania szybkości zbieżności każdej z nich wykorzystując promienie spektralne odpowiednich macierzy a relacje pomiędzy oszacowaniami szybkości zbieżności poszczególnych metod iteracyjnych zostały podsumowane w Twierdzeniu 3.6.20. Eksperymenty numeryczne przeprowadzone na dwóch przykładach i otrzymane wyniki są zgodne z wynikami teoretycznymi.

#### **(d) Podsumowanie**

W omówionej monografii, której dwa rozdziały zostały napisane na podstawie wcześniej opublikowanych prac naukowych i przedstawianej w charakterze pracy habilitacyjnej, zostały opisane przykłady zastosowań równań różniczkowo-funkcyjnych do modelowania zjawisk z różnych dziedzin techniki, biologii, medycyny i innych dziedzin co pokazuje ważność tych zagadnień dla wielu zastosowań praktycznych i uzasadnia prowadzenie badań nad nowymi i efektywnymi metodami ich rozwiązywania. Następnie opisano podstawy teoretyczne konstrukcji bezpośrednich metod ich rozwiązywania zapewniające pożądane własności i na tej podstawie skonstruowano kilkanaście nowych metod wraz ze wszystkimi niezbędnymi elementami do ich implementacji. Przeprowadzono też dokładną analizę innej klasy metod, tj. klasy metod iteracyjnych znanej pod nazwą 'waveform relaxation' pod względem zbieżności oraz różnych oszacowań szybkości zbieżności. Dla większości skonstruowanych i omówionych metod przeprowadzono eksperymenty numeryczne na trudnych przykładach zadań modelujących ważne dla praktyki zjawiska z różnych dziedzin nauki, które potwierdziły ich efektywność.

**V Osiągnięcia wynikające z art. 16 ust. 2 ustawy z dnia 14 marca 2003 r. o stopniach naukowych i tytule naukowym oraz o stopniach i tytule w zakresie sztuki zawarte poza rozprawą habilitacyjną**

**(a) Prace, których wyniki nie były wykorzystane w rozprawie habilitacyjnej**

Do najważniejszych osiągnięć naukowych zawartych poza rozprawą habilitacyjną zaliczam wyniki zawarte w pracy [12] i [13]. O ile omówiona wyżej rozprawa [1] poświęcona jest metodom przybliżonym rozwiązywania *zagadnień początkowych* dla równań różniczkowo-funkcyjnych, to wymienione dwie prace zostały poświęcone metodom przybliżonym rozwiązywania *zagadnień brzegowych* dla takich równań. Trzeba nadmienić, że w 1987 roku jeden z autorów pracy na temat metod numerycznych rozwiązywania zagadnień brzegowych dla równań różniczkowych z opóźnionym argumentem zauważył, że względnie mało jest prac poświęconych tym zagadnieniom i ta uwaga ciągle jest aktualna. W pracy [12] udowodnione zostało twierdzenie o warunkach koniecznych i dostatecznych istnienia punktu stałego ciągłego operatora w odpowiedniej przestrzeni, które daje podstawę do konstrukcji zbieżnych przybliżonych metod rozwiązywania zagadnienia o punkcie stałym ciągłego operatora jeśli mamy zapewnione istnienie tego punktu stałego. Pokazano też przykłady konstrukcji odpowiednich przestrzeni oraz pewnych operatorów pomocniczych o żądanych własnościach umożliwiających skorzystanie z tego twierdzenia a następnie pokazano jak sprowadzać następujące zagadnienie brzegowe dla równania różniczkowego drugiego rzędu z odchylonym argumentem

$$y''(x) = f(x, y(x), y'(x), y(\alpha(x))), \quad a \leq x \leq b, \quad (5)$$

$$y(x) = \phi(x), \quad \alpha_{min} \leq x \leq a \quad y(b) = 0 \quad (6)$$

do zagadnienia o punkcie stałym pewnego operatora. Korzystając z zaproponowanej w omawianej pracy nowej metody rozwiązywania takich zagadnień przeprowadzono eksperymenty numeryczne na przykładach zagadnień używanych do testów przez wielu autorów innych metod. Otrzymane wyniki okazały się dużo dokładniejsze niż wyniki uzyskane przez siedmiu innych autorów wziętych do porównania.

W pracy [13] pokazano jak można wykorzystać wspomniane twierdzenie z pracy [12] do znajdowania przybliżonych rozwiązań ogólnych liniowych zagadnień brzegowych dla układów równań różniczkowych z odchylonym argumentem postaci

$$y'(x) = f(x, y(x), y(x - \tau_1), \dots, y(x - \tau_k)), \quad x \in (a, b] \quad (7)$$

$$P_1 y(x) + P_2 y(b - a + x) = \phi(x), \quad x \in [a - \tau, a]. \quad (8)$$

Zauważmy, że dobierając odpowiednio macierze  $P_1$  i  $P_2$  oraz funkcję  $\phi$  otrzymujemy w powyższym zagadnieniu brzegowym warunki okresowe, tj. takie, których spełnienie daje okresowe rozwiązanie równania (7). Zagadnienia typu (7)–(8) znajdują zastosowania, np. w



modelowaniu pewnych zjawisk w dynamice populacji, biologii morza czy przy badaniu wzajemnego oddziaływania neuronów i stąd wynika ich ważność dla zastosowań praktycznych. Przeprowadzone eksperymenty numeryczne z wykorzystaniem nowej metody zaproponowanej w tej pracy pokazują, że można ją stosować do rozwiązywania zagadnień modelujących wyżej wymienione zjawiska a porównanie dokładności uzyskanych wyników z dostępnymi wynikami uzyskanymi z użyciem innej metody wskazuje przewagę tej nowej metody.

Jestem też współautorem pracy [14], w której skonstruowano nieuwikłane ogólne liniowe metody rozwiązywania równań różniczkowych zwyczajnych o dużych obszarach stabilności. Metody o tej własności mogą być używane zamiast metod uwikłanych do rozwiązywania lekko sztywnych równań różniczkowych ponieważ dają zbieżność przy użyciu większego kroku niż w przypadku użycia metod z mniejszym obszarem stabilności a ich implementacja jest znacznie prostsza niż implementacja metod uwikłanych. Eksperymenty numeryczne potwierdziły taką możliwość ich zastosowań.

W pracy [15], której jestem współautorem podane zostały oszacowania promieni spektralnych operatorów pojawiających się przy badaniu zbieżności metod typu 'waveform relaxation'. Takie oszacowania nie zawsze są łatwe a są ważne dla uzyskania gwarancji zbieżności metody.

Również moja praca [16] zawiera pewne wyniki, który można wykorzystać do celów praktycznych. Zajmuję się w niej metodą iteracyjną rozwiązywania w najmniejszych kwadratach liniowego układu równań, przy czym przez rozwiązanie rozumie się rozwiązanie uogólnione leżące w najbliższej odległości od zadanego wektora. W pracy tej podano dowód zbieżności zaproponowanej metody oraz oszacowanie szybkości tej zbieżności. Takie podejście może być wykorzystane, np. przy konstrukcji optymalnych portfeli inwestycyjnych w przypadku osobliwości odpowiedniej macierzy kowariancji, gdzie powszechnie znane wzory nie mogą być zastosowane a inwestorowi, np. zależy na tym aby nowy portfel optymalny jak najmniej różnił się od już posiadanego portfela.

Praca [17], której jestem współautorem i choć poświęcona jest prostemu problemowi deterministycznemu z matematyki finansowej pokazuje moim zdaniem ciekawy przykład zastosowania równań różniczkowych z opóźnieniem do modelowania takich zagadnień.

## **(b) Udział w wybranych konferencjach z tytułami wystąpień**

- [1] International Conference on Constructive Theory of Functions'84, Varna, Bulgaria, 1984, "On some approximations in function spaces and their applications in numerical methods".
- [2] International Conference on Scientific Computation and Differential Equations SciCADE 97, Grado, Italy, 1997, "Construction of two-step Runge-Kutta methods of high order for ordinary differential equations".
- [3] International Conference on Functional-Differential Equations, Ariel, Israel, 1998, "The

- Convergence of Relaxation Methods for Functional-Differential Systems of Equations”.
- [4] The Third European Conference on Numerical Mathematics and Advanced Applications, Jyväskylä, Finland, 1999, “A nonlinear Optimization Approach to the construction of High Order Numerical Methods for Solving Differential Equations”.
  - [5] XXVIII Ogólnopolska Konferencja Zastosowań Matematyki, Zakopane 1999, “Dwukrokowa metoda Rungego-Kutty piątego rzędu w konfrontacji z funkcją ‘ode45’ z programu MATLAB”.
  - [6] 9-th Seminar on Numerical Solution of Differential and Differential-Algebraic Equations NUMDIFF-9, Halle, RFN, 2000, “Numerical verification of delay dependent error estimates for WRM for differential-functional equations”.
  - [7] XXX Ogólnopolska Konferencja Zastosowań Matematyki, Zakopane 2001, “Metody numeryczne rozwiązywania równań różniczkowych z maksimami”.
  - [8] Workshop on Approximation Theory, Centrum Banacha, Warszawa, 2002, “Approximation of solutions of functional-differential systems and spline interpolation”.
  - [9] International conference ‘Numerical Analysis 2002’, Krynica, Poland, 2002, “Iterative methods for solving neutral differential-functional systems - numerical aspects”.
  - [10] Conference on Scientific Computation (celebrating Gerhard Wanner’s 60th birthday), Geneva, Switzerland, 2002, “On the application of spline functions and TSRK methods to systems of ODEs with maxima”.
  - [11] 10-th Seminar on Numerical Solution of Differential and Differential-Algebraic Equations NUMDIFF-10, Halle, RFN, 2003, “A new approach to construction of two-step Runge Kutta methods”.
  - [12] The Third International Conference on the Numerical Solution of Volterra and Delay Equations, Tempe, USA, 2004, “New continuous extensions of two step Runge-Kutta methods”.
  - [13] 10th International Conference Mathematical Modelling and Analysis and 2nd International Conference Computational Methods in Applied Mathematics, Troki, Litwa, 2005, “New continuous extensions of two-step Runge-Kutta methods”.
  - [14] 11-th Seminar on Numerical Solution of Differential and Differential-Algebraic Equations NUMDIFF-11, Halle, RFN, 2006, “Implicit TSRK methods of order three and their continuous extensions”.
  - [15] International Conference on Scientific Computation and Differential Equations SciCADE 07, Saint Malo, France, 2007, “Continuous extensions to stiffly accurate TSRK methods - Comparison between different types of continuous extensions to stiffly accurate TSRK methods of order three”.
  - [16] International Conference on Scientific Computation and Differential Equations SciCADE 09, Pekin, Chiny, 2009, “On some approximations in function spaces and their

application to numerical solution of boundary value problems for differential equations with deviating argument”.

- [17] 12-th Seminar on Numerical Solution of Differential and Differential-Algebraic Equations NUMDIFF-12, Halle, RFN, 2009, “Numerical solution of boundary value problems for differential equations with deviating argument by  $\varepsilon$ -fixed points”.
- [18] 15th International Conference Mathematical Modelling and Analysis, Druskienniki, Litwa, 2010, “Explicit General Linear Methods in Nordsieck Form with Large Stability Regions”.
- [19] 16th International Conference Mathematical Modelling and Analysis, Sigulda, Łotwa, 2011, “Explicit Nordsieck methods”.

### **(c) Staże i krótkotrwałe staże naukowe**

1. Wydział Matematyki Stosowanej i Cybernetyki, Uniwersytet Moskiewski, 1976/77 (semestralny).
2. Międzynarodowe Centrum Matematyczne im. Stefana Banacha, Warszawa, 1986 (semestralny).

#### **Krótkotrwałe staże**

3. Arizona State University, Department of Mathematics, Tempe, USA, 1996.
4. Arizona State University, Department of Mathematics, Tempe, USA, 1998.
5. Martin Luther Universität Halle-Wittenberg, Institut für Mathematik, Halle, RFN, 2006.

### **(d) Odczyty wygłoszone w uniwersytetach lub innych instytucjach naukowych**

1. Arizona State University, Department of Mathematics, Tempe, USA (seminarium) 1998.
2. Instytut matematyczny PAN, Oddział w Sopocie (seminarium) 2001.
3. Boise State University, Department of Mathematics, Idaho, USA (colloquia) 2004.

### **(e) Opinie o dorobku naukowym**

1. Opinia dla Uniwersytetu Witwatersrand (Republika Południowej Afryki) o dorobku naukowym kandydata ubiegającego się o stanowisko ‘Reader’ (stanowisko wyższe niż ‘associate professor’ a niższe niż ‘full professor’).
2. Opinia dla Uniwersytetu WAIKATO (Nowa Zelandia) o dorobku naukowym i dydaktycznym kandydata na stanowisko ‘Lecturer/Senior Lecturer (Computer Science)’

3. Opinia dla Kyungpook National University (Korea Południowa) o dorobku naukowym kandydata ubiegającego się o zatrudnienie na tzw. 'tenure track/tenured faculty position' w 'Department of Mathematics'.
4. Opinia dla Universidad Javeriana Cali (Columbia) o dorobku naukowym kandydata ubiegającego się o zatrudnienie na tzw. 'tenure track position at The Department of Mathematics or at The Department of Computer Science'.
5. Opinia dla Technical University of Lisbon (Portugalia) o dorobku naukowym kandydata ubiegającego się o zatrudnienie na 'research position at the Center for Mathematics and its Applications'.

**(f) Recenzje artykułów naukowych dla następujących czasopism z bazy Web of Science – łącznie 27 recenzji**

BIT (Numerical Mathematics)  
 SIAM Journal on Numerical Analysis  
 SIAM Journal on Scientific Computing  
 Numerical Algorithms  
 Applied Numerical Mathematics  
 Journal of Computational and Applied Mathematics  
 Mathematical and Computer Modeling  
 Applied Mathematics and Computation  
 Boundary Value Problems

**(g) Wykonałem około 50 streszczeń przeglądowych (tzw. reviews) dla Mathematical Reviews**

**(h) Sumaryczny impact factor według listy JCR oraz liczba cytowań i indeks Hirscha według bazy Web of Science**

(i) Sumaryczny <i>impact factor</i> :	<b>11.262*</b>
(ii) Liczba cytowań (bez samocytowań):	<b>47</b>
(iii) Indeks Hirscha:	<b>6</b>

\* z powodu niedostępności indeksu dla roku 2011 wzięty został indeks z roku 2010

## Literatura

- [1] Bartoszewski Z.: Approximate methods for functional differential equations, Politechnika Gdańska, monografie 92, 2009, 171 str., ISBN 978-83-7348-253-1.
- [2] Bartoszewski Z., Jackiewicz Z.: Construction of two-step Runge-Kutta methods of high order for ordinary differential equations, *Numer. Algorithms* **18**, 1998, 51–70.
- [3] Bartoszewski Z., Jackiewicz Z.: Toward a two-step Runge-Kutta code for nonstiff differential systems, *Appl. Math.* **28**, 2001, 353–365.
- [4] Bartoszewski Z., Jackiewicz Z., Stability analysis of two-step Runge-Kutta methods for delay differential equations, *Comput. Math. Appl.* **44**, 2002, 83–93.
- [5] Bartoszewski Z., Jackiewicz Z.: Nordsieck representation of two-step Runge-Kutta methods for ordinary differential equations, *Appl. Numer. Math.* **53**, 2005, 149–163.
- [6] Bartoszewski Z., Jackiewicz Z., Derivation of continuous explicit two-step Runge-Kutta methods of order three, *J. Comp. Appl. Math.* **205**, 2007, 764–776.
- [7] Bartoszewski Z., Jackiewicz Z.: Construction of highly stable parallel two-step Runge-Kutta methods for delay differential equations, *J. Comp. Appl. Math.* **220**, 2008, 257–270.
- [8] Bartoszewski Z., Jankowski T., Kwapisz M.: On the convergence of iterative methods for general differential-algebraic systems, *J. Comp. Appl. Math.* **169**, 2004, 393–418.
- [9] Bartoszewski Z., Kwapisz M.: On the convergence of waveform relaxation methods for differential–functional systems of equations, *J. Math. Anal. Appl.* **235**, 1999, 478–496.
- [10] Bartoszewski Z., Kwapisz M.: On error estimates for waveform relaxation methods for delay-differential equations, *SIAM J. Numer. Anal.* **38**, 2000, 639–659.
- [11] Bartoszewski Z., Kwapisz M.: Delay dependent estimates for waveform relaxation methods for neutral differential-functional systems, *Comput. Math. Appl.* **48**, 2004, 1877–1892.
- [12] Bartoszewski Z.: A new approach to numerical solution of fixed-point problems and its application to delay differential equations, *Appl. Math. Comput.* **215**, 2010, 4321–4332.
- [13] Bartoszewski Z.: Solving boundary value problems for delay differential equations by a fixed point method, *J. Comput. Appl. Math.* **236**, 2011, 1576–1590.
- [14] Bartoszewski Z., Jackiewicz Z.: Explicit Nordsieck methods with extended stability regions, *Appl. Math. Comput.* 2011, doi:10.1016/j.amc.2011.11.088.
- [15] Bartoszewski Z., Kwapisz M.: Remarks on evaluation of spectral radius of operators arising in WR methods for linear systems of ODEs, *Appl. Numer. Math.* **56**, 2006, 332–344.

- [16] Bartoszewski Z.: Remarks on the convergence of an iterative method of solution of generalized least squares problem, *Demonstratio Math.* **43**, (4) 2010, 931–938.
- [17] Bartoszewski Z., Kwapisz M.: On some difference-delay equations arising in a problem of capital deposits, *Matematyka Stosowana - Applied Mathematics, Ser. III*, **39**, 1996, 75–82.

