

Prof. Tomasz Downarowicz  
Wydział Matematyki  
Politechnika Wroclawska  
Wybrzeże Wyspiańskiego 27  
50-370 Wrocław

Wrocław/Galowice, 27 lipca 2017

## R E C E N Z J A

dorobku **dr. JACKA GRACZYKA**

*Opinia wydana w związku z postępowaniem o nadanie tytułu naukowego profesora.*

Mam przed sobą zestaw dokumentów zawierający najważniejszą część dorobku naukowego dr. Jacka Graczyka. Po zapoznaniu się z tą dokumentacją stwierdzam, że jest to bez wątpienia **najlepszy** dorobek z jakim miałem okazję się zetknąć pełniąc już wielokrotnie rolę recenzenta wniosków profesorskich i habilitacyjnych. Mamy tu do czynienia z kandydatem, który ubiega się o tytuł profesora z pominięciem etapu habilitacji. Jest to w naszym systemie możliwe w wyjątkowych sytuacjach, a warunkiem koniecznym jest uznanie jego osiągnięcia naukowego za **wybitne** (art. 26 pkt 3 *ustawy z dnia 14 marca 2003 o stopniach naukowych i tytule naukowym oraz stopniach i tytule w zakresie sztuki*). Decyzją z dnia 19 grudnia 2016 Centralna Komisja ds. Stopni i Tytułów dopuściła do wszczęcia postępowania o nadanie tytułu profesora, tym samym wstępnie uznając omawiany dorobek za wybitny. Podstawą tej decyzji jest opinia wydana przez prof. Michała Misiurewicza.

Kandydat jest autorem „zaledwie” 26 prac opublikowanych (i dwóch przyjętych do druku) oraz jednej monografii. Jednak nie ilość, ale jakość są w tym wypadku miernikiem doniosłości tego dorobku. Połowa z tych prac ukazała się w najbardziej prestiżowych czasopiśmie matematycznych świata, a mianowicie: trzy w **Annals of Mathematics**, cztery w **Inventiones Mathematicae**, jedna w **Duke Mathematical Journal**, jedna w **Annales Scientifiques de l'École Normale Supérieure** i cztery w **Communications in Mathematical Physics**. Pozostałe prace są również bardzo dobrze ułożone. Myślę, że już sama pierwsza trójka prac stawia kandydata wyżej niż znakomita większość matematyków z tytułami profesorskimi (i to nie tylko w Polsce), a cała trzynastka jest zestawem mogącym imponować każdemu, kto orientuje się, jak trudno jest opublikować pracę w którymkolwiek z tych czasopiśmie. Ale to nie wszystko. Prace Jacka Graczyka są doniosłe przede wszystkim ze względu na swoją zawartość merytoryczną. Otóż zawierają one rozwiązania kilku kluczowych problemów stawianych przez najwybitniejszych matematyków, wyniki poprawiające lub równoważne tym uzyskanym przez medalistów Fieldsa, takich jak Yoccoz czy McMullen. W przypadku większości prac współautorem jest Grzegorz Świątek, są jednak prace pisane z innymi współautorami, w tym z medalistą Fieldsa Stanisławem Smirnovem.

Przejdę teraz do, z konieczności bardzo skrótowego, omówienia zawartości merytorycznej przedstawionego osiągnięcia naukowego, skupiając się na trzech wynikach, które uważam za najdonioślejsze.

Pierwszym z nich jest udowodnienie (wspólnie z Grzegorzem Świątkiem), że zbiór parametrów  $a \in (0, 4]$  w rodzinie logistycznej  $f_a(x) = ax(1-x)$ , dla których przekształcenie  $f_a$  posiada przyciągający punkt okresowy (tzn. jest przekształceniem hiperbolicznym) jest otwarty i gęsty. Jest to tzw. *rzeczywista hipoteza Fatou*. Jej zespolony odpowiednik (o typowości przekształceń hiperbolicznych wśród przekształceń wymiernych sfery Riemanna) został sformułowany w roku 1920 przez Pierre Fatou, jest do dziś otwarty i uważany za jedno z największych wyzwań dynamiki holomorficznej. Zajmowali się nim najwybitniejsi matematycy, tacy jak Milnor, Smale, Thurston czy Yoccoz. Wersją rzeczywistą zajmował się między innymi medalista Fieldsa, Curtis McMullen, który uzyskał wynik pozwalający wywnioskować słabą wersję dla rodziny logistycznej. Dowód pełnej wersji rzeczywistej pochodzi z roku 1997 i zawarty jest w trzech pracach Graczyka i Świątka, a ujednoczone podejście jest przedmiotem ich wspólnej monografii z roku 1998, wydanej w serii *Annals of Mathematical Studies*, Princeton. Głównym elementem dowodu, uzyskanym w pracy z *Annals of Mathematics* i łączącym wyniki dwóch wcześniejszych prac, jest zbadanie sprzężenia topologicznego niehiperbolicznych wielomianów rzeczywistych poprzez rozszerzenie do quasikonformnego sprzężenia analitycznych przedłużeń zespolonych tych wielomianów. Z tak uzyskanej charakteryzacji wynika dalej, że w rodzinie logistycznej klasy sprzężenia topologicznego niehiperbolicznych przekształceń  $f_a$  są jednocześnie. Dalszymi konsekwencjami tego faktu jest, oprócz rzeczywistej hipotezy Fatou, również odpowiedź twierdząca na inne pytanie, postawione przez Milnora i Thurstona: udowodniwszy, że entropia topologiczna jest niemalejącą funkcją parametru  $a$  pytali oni o ścisłą monotoniczność na zbiorze parametrów niehiperbolicznych. Wynik Graczyka-Świątka posiada obecnie kilka innych dowodów i zainspirował wiele nowych badań prowadzonych przez wybitnych matematyków świata. Jest to rezultat stanowiący prawdziwie istotny postęp w rozwoju badań.

Drugim, równie doniosłym osiągnięciem jest rozwiązanie problemu Milnora w klasie  $C^3$ -przekształceń unimodalnych odcinka z punktem krytycznym typu kwadratowego. Jest to wynik wspólny z D. Sandsem i G. Świątkiem, zawarty w dwóch pracach w *Annals of Mathematics* z lat 2004-5. Problem Milnora został sformułowany w latach 90-tych i dotyczy atraktorów metrycznych (czyli teorii-miarowych) i topologicznych, i zapytuje, czy te dwa typy pokrywają się w klasie układów gładkich unimodalnych. Rozwiązanie uzyskane przez M. Lyubicha w 1994 posiadało lukę, dopiero prace Graczyka-Świątka dostarczają pełnego dowodu. Metoda w dużym stopniu polega na analizie odwzorowań z ujemną pochodną Schwarza oraz redukcji przypadku ogólnego poprzez analizowanie odwzorowania indukowanego na otoczeniu punktu krytycznego (które ma ujemną pochodną Schwarza).

Trzecia grupa wyników, którą chcę omówić, dotyczy przekształceń holomorficznych zespolonej sfery Riemanna, a w szczególności dynamiki na brzegu dysku Siegela. Temat ten jest mi szczególnie bliski, gdyż w latach młodości, będąc na

stażu naukowym w Warszawie, interesowałem się (zupełnie zresztą bezskutecznie) zagadnieniem istnienia punktów okresowych na brzegu dysku Siegela. Inny nietrywialny problem istnienia punktów krytycznych na brzegu dysku Siegela był badany od początku lat 80-tych przez Douady'ego, Sullivana i Hermana, jak również przez L. Carlesona i P. Jonesa. Uzyskali oni częściowe rezultaty dla konkretnych klas wielomianów. Po tym, jak Herman wskazał przykłady negatywne, uznaliśmy sobie, że odpowiedź pozytywna zależy od warunku diofantycznego na liczbę obrotu. W roku 1987 Douady sformułował hipotezę, że dowolne przekształcenie wymierne stopnia  $> 1$ , jeśli posiada dysk Siegela z liczbą obrotu typu ograniczonego, to jego brzeg zawiera punkt krytyczny. J. Graczyk, D. Sands i G. Świątek w pracy z 2003 r. opublikowanej w *Duke Mathematical Journal* dowodzą hipotezę Douady'ego (de facto pokazują to dla szerszej klasy przekształceń analitycznych na otoczeniu dysku). W rozwiązaniu posługują się metodami wykorzystującymi pochodną Schwarz'a i zastosowaniem twierdzenia Ahlforsa–Weilla o brzegu obszaru linearyzacji.

Inna praca poświęcona jest geometrii brzegów dysków Siegela, pochodzi z 2002 r. i została opublikowana w *Inventiones Mathematicae*. Tym razem współautorem jest P. Jones. Tu również udowodniono hipotezę postawioną wiele lat wcześniej przez znanych matematyków Manton'a i Nauenberga. Mówi ona, że wymiar Hausdorffa brzegu dysku Siegela jest, dla dużej klasy przekształceń, ostro większy od 1 (czyli że ma on strukturę fraktalną). Hipoteza zasugerowana była eksperymentami numerycznymi, jednak do 2002 nie było w tym kierunku wyników teoretycznych, nawet częściowych. Autorzy pracy wykazują prawdziwość hipotezy przy założeniu, że brzeg dysku Siegela jest quasikonforemny i zawiera punkty krytyczne. Zatem jest to bez wątpienia kolejny przykład rezultatu o charakterze przełomowym.

W powyższym omówieniu pominąłem wiele interesujących tematów i twierdzeń, w tym prace Graczyka z medalistą Fieldsa S. Smirnovem o niejednostajnej hiperboliczności z roku 2009 (*Inventiones Math.*) zawierającą dowód hipotezy Alfrosa i Fatou w pewnej klasie zespolonych funkcji wymiernych, dwie inne prace z *Inventiones Math.* (jedna ze Świątkiem, druga ze Smirnovem), obie dotyczące zjawisk zachodzących na brzegu zbioru Mandelbrota, tematykę małych mianowników oraz tematykę sztywności funkcji meromorficznych, jak również wyniki dotyczące przekształceń okręgu. Wymienione prace wspólnie ze Smirnovem przyczyniły się do uzyskania przez niego medalu Fieldsa w roku 2010. Uważam jednak, że omówione przez mnie rezultaty doskonale ilustrują doniosłość wkładu, jaki Jacek Graczyk wniósł do teorii układów dynamicznych i dalsze streszczanie jego prac niczego już nie zmieni, jeśli chodzi o ocenę jego dorobku. Jak powiedziałem na wstępie, jest to dorobek wybitny i nie ma żadnych wątpliwości, że z ogromną nawiązką wystarcza on do ubiegania się o tytuł profesorski.

Na zakończenie przytoczę jeszcze kilka danych biograficznych i statystycznych dotyczących kandydata.

Doktorat uzyskał on na Uniwersytecie Warszawskim w roku 1991, pod kierunkiem prof. Michała Misiurewicza. Od tego czasu wygłosił on blisko 50 wy-

kładów na konferencjach międzynarodowych, w tym co najmniej 6 wykładów plenarnych o bardzo wysokim prestiżu (na przykład na Fields Medal Symposium w 2015). Kierował dwoma amerykańskimi grantami NSF i jednym grantem szwedzkim, uczestniczył w międzynarodowych programach badawczych CODY i PROLYN. Brał udział w pracach różnych paneli oceniających (np. NSF i EMS). Odbył 11 długoterminowych staży zagranicznych w uniwersytetach takich jak Yale, Princeton czy Stony Brook i 84 wizyty krótkoterminowe (USA, Kanada, Brazylia, Wielka Brytania, kraje europejskie). Od 1999 jest profesorem na Université de Paris-Sud (Orsay). Recenzuje dla wielu najważniejszych czasopism, w tym Annals of Mathematics, Inventiones Mathematicae i Duke Mathematical Journal. Jest promotorem trzech ukończonych przewodów doktorskich (wszystkie w Orsay). Był recenzentem jednego doktoratu (Szwecja) i jednej habilitacji (Francja). Był laureatem trzech nagród PTM (w latach 90-tych) i jednej CNRS (2014). Prace kandydata są cytowane ponad 300 razy przez ponad 180 autorów, a jego indeks Hirsha wynosi 11 (dane te wahają się nieco w zależności od źródła). Jak widać z tego krótkiego przeglądu, w aspekcie aktywności, którą można określić ogólnym mianem „na rzecz rozwoju nauki”, kandydat spełnia wszelkie wymagania ustawowe i zwyczajowe stawiane przy ubieganiu się o tytuł profesorski. Podobnie jak w przypadku prac opublikowanych, uderzające są nie tyle liczby, co ranga instytucji występujących w powyższym zestawieniu.

W konkluzji stwierdzam, że przedstawione osiągnięcia naukowe w pełni zasługują na miano wybitnego i pozwala, w drodze wyjątku ujętego w ustawie, na nadanie tytułu naukowego z pominięciem habilitacji. Jeszcze raz podkreślam, że moim zdaniem nawet tak rygorystyczny wymóg spełniony jest z nawiązką. Gorąco popieram wniosek o nadanie dr. Jackowi Graczykowi tytułu naukowego profesora.



Tomasz Downarowicz