Politechnika Warszawska
Wydział Matematyki i Nauk Informacyjnych

PRZYKŁADOWY SPRAWDZIAN KWALIFIKACYJNY

na studia II stopnia, kierunek Informatyka i Systemy Informacyjne

1. W wybranym języku programowania zaimplementować operacje na liczbach stałoprzecinkowych bez znaku, szesnastobitowej, 10 bitów na część całkowitą, 6 bitów na część ułamkową [obie części kodowane dwójkowo], mniej znaczące bity przechowują część ułamkową.

   W ramach implementacji dostarczyć trzy funkcje: **uwaga na ograniczenia dotyczące implementacji pod listą funkcji**

   - *print*, która wypisze liczbę podaną jako argument na standardowe wyjście w postaci liczby mieszanej w systemie *dziesiętnym*, gdzie część ułamkowa jest nieskracalna (szczegóły formatowania dowolne, ważne aby wyjście zawierało trzy liczby: część całkowitą, licznik i mianownik części ułamkowej).
   - *add*, która przyjmie jako argumenty dwie liczby i zwróci ich sumę. W przypadku, gdy nastąpi przekroczenie zakresu liczby, funkcja powinna powiadomić wywołującego o tym fakcie zgodnie ze zwyczajami powiadamiania o błędach w wybranym języku programowania.
   - *mult*, która przyjmie jako argumenty dwie liczby i zwróci ich iloczyn. W przypadku, gdy nastąpi przekroczenie zakresu liczby, funkcja powinna powiadomić wywołującego o tym fakcie zgodnie ze zwyczajami powiadamiania o błędach w wybranym języku programowania.

   Ograniczenia: do implementacji funkcji można używać

   - typów całkowitoliczbowych bez znaku o długości 16 i 32 bity oraz typu logicznego (prawda/fałsz)
   - operacji arytmetycznych (dodawanie, odejmowanie, mnożenie, dzielenie, reszta z dzielenia) na powyższych typach
   - operacji bitowych (suma, iloczyn, xor, przesunięcie w lewo i w prawo) na powyższych typach
   - operacji porównania (mniejsze, większe, równe)
   - operacji logicznych (iloczyn, suma, zaprzeczenie)
   - w funkcji print operacji IO specyficznych dla wybranego języka (można używać formatowania liczb dziesiętnych).

2. Mamy dany nieskierowany graf z wagami na krawędziach oraz dwa wyróżnione wierzchołki v i u, $v \neq u$, wagi krawędzi są dodatnie. Powszechnie znanym faktem, jest to, że istnieje algorytm, który pozwala szybko znaleźć najkrótszą ścieżkę z u do v. W tym zadaniu należy znaleźć (jeśli istnieje) drugą najkrótszą ścieżkę między u i v. Niech p_1 będzie najkrótszą ścieżką w u do v. Niech P będzie zbiorem wszystkich ścieżek z u do

v. Drugą najkrótszą ścieżką będziemy nazywać najkrótszą ze ścieżek ze zbioru $P \setminus p_1$. Uwaga: może się zdarzyć, że druga najkrótsza ścieżka będzie mieć tę samą długość, co najkrótsza ścieżka.

Z użyciem wybranego języka programowania napisać możliwie wydajną funkcję, która znajdzie drugą najkrótszą ścieżkę z u do v w grafie lub informację, że taka nie istnieje. Można założyć, że dysponujemy już implementacją grafu z podstawowymi operacjami (dodawanie, usuwanie, sprawdzanie istnienia i wagi krawędzi) oraz implementacjami powszechnie znanych algorytmów do poszukiwania najkrótszych ścieżek w grafie. Należy tylko zwięźle opisać założoną implementację, aby cały kod był czytelny.

Oszacować złożoność czasową i pamięciową napisanej funkcji względem liczby krawędzi i/lub wierzchołków grafu. W złożoności pamięciowej nie uwzględniać danych wejściowych.

Podpowiedź: jak dużo wspólnych krawędzi mogą mieć najkrótsza ścieżka i druga najkrótsza ścieżka?

3. Omów dwie (dowolnie przez siebie wybrane) numeryczne metody wyznaczania miejsc zerowych funkcji jednej zmiennej. Napisz w dowolnym języku wysokiego poziomu (C, C++, Java, Pascal, itp.) procedurę stosującą jedną z tych metod do wyznaczenia przybliżenia miejsca zerowego danego wielomianu $f(x) = a_0 + a_1 x + \ldots + a_n x^n$, gdzie $a_i \in \mathbb{R}$, $i = 0, 1, \ldots, n$. Można przyjąć, że o ile metoda wymaga przybliżenia początkowego, to jest ono dane (tj. punkt czy punkty startowe są parametrami wejściowymi programu).

4. Student podchodzi do kolejnych egzaminów, które może zaliczyć lub nie. Jeżeli nie zaliczy ponad 10 procent wykonanych egzaminów, zostaje skreślony z listy studentów. Zaproponuj najprostszy (w sensie hierarchii Chomskiego) automat wykrywający studentów, których należy skreślić. Opisz ideę jego działania i udowodnij, że nie istnieje prostsze rozwiązanie.

5. Dla jakich wartości paramteru p układ równiań:

$$\begin{cases} px + y + z = 1 \\ x + py + z = p \\ x + y + pz = p^2 \end{cases}$$

nie ma rozwiązań, ma jednoznaczne rozwiązanie, ma nieskończenie wiele rozwiązań? Wyznacz przestrzeń rozwiązań w przypadku gdy jest ich nieskończenie wiele.

6. Oblicz całkę

$$\int \ln(x^2 + 2x + 10)\, dx.$$