prof. dr hab. Zbigniew J. Jurek
Uniwersytet Wrocławski

Wrocław, 30 marzec 2016 r.

Recenzja dorobku naukowego, dydaktycznego i organizacyjnego do wniosku o tytuł naukowy profesora dla dr. WŁODZIMIERZA BRYCA.

Dr Włodzimierz Bryc jest wychowankiem warszawskiej szkoły teorii prawdopodobieństwa, (magisterium w 1978 r. i doktorat w 1982 r. u Profesora Stanisława Kwapienia), którą charakteryzuje duże wykorzystanie zaawansowanych narzędzi i metod analizy funkcjonalnej. Jego działalność naukowo-dydaktyczna obejmuje okres prawie czterech dekad. Na dorobek naukowy dr. Bryca składa sie ponad 70 artykułów naukowych opublikowanych w dobrych i bardzo dobrych międzynarodowych czasopismach, w tym takich jak the Annals of Probability, Probability Theory and Related Fields, Journal of Functional Analysis, Journal of Theoretical Probability.

1. **Ocena dorobku naukowego**. W aspekcie (nieco) chronologicznym zainteresowania naukowe dr Bryca, można opisać nastepująco: zagadnienia charakteryzacji rozkładów przez warunkowe wartości oczekiwane; ciągi zależnych zmiennych losowych, w tym różne typy mieszania; zagadnienia wielkich odchyleń; wolna probabilistyka (macierze losowe).

i). W mojej ocenie największą wartość naukową i poznawczą mają wyniki Autora z tzw. *wielkich odchyleń*, w ujęciu S. R. S. Varadhana zaproponowanym w latach 70-tyh i 80-tych XX wieku, a które zostało spopularyzowane w monografii J. Deuschela i D. Stroocka *Large deviations*, Academic Press, 1989r. (Nieco później pojawiła się druga monografia A. Dembo i O. Zeitouni *Large deviations techniques and applications*, Springer 1993r. (drugie wydanie w 1998r.)). Najogólniej, chodzi o to aby dla ciągu zmiennych losowych (X_n) (miar probabilistycznych) znaleźć tzw. funcjonał intensywności I, dla którego mielibyśmy

$$\Pr(X_n \in A) \approx \exp[-n \inf_{x\in A} I(x)], \quad \text{dla wszystkich zbiorów borelowskich } A.$$

Znajdywanie (odgadywane ?) funkcjonału I, w znanych mi kilku przypadkach, opierało się na hipotezie, że będzie to funkcja dualna, w sensie Fenchela, do logarytmu funkcji generujacej momenty. W pracy *Large deviations by the asymptotic value method* (w Diffusion Processes and Related Problems in Analysis, vol. I, str. 447-472, Birkhauser 1990), przy założeniu wykładniczej ciasności rozkładów (X_n), Autor wprowadził pojęcie asymptotycznej wartości $L(F)$ (gdzie $F \in \mathcal{F}$, są pewnymi funkcjami ciągłymi), która daje funkcjonał intensywności następującym wzorem: $I(x) = \sup_F [F(x) - L(F)]$.

Co więcej, sam Autor użył własnego podejścia dowodząc wielkich odchyleń m.in. dla ciągów słabo mieszających czy centralnego twierdzenia granicznego przy założeniu o zerach transformaty Laplace'a.

Warto tu podkreslić, że to nowatorskie podejście dr. Bryca do wielkich odchyleń jest już znacznie rozpowszechnione. Co więcej, zostało ono zawarte we wspomnianej powyżej mongrafii Dembo i Zeitouni (1989), w podrozdziale zatytułowanym *Bryc's Inverse Vardhan Lemma*, str. 141-148.

ii). Drugą bardzo ważną grupą wyników dr. Bryca są Jego prace dla zależnych zmiennych losowych spełniających różne warunki mieszania.
Przypomnijmy, że znaczna cześć teorii twierdzeń granicznych dotyczy *stochastycznie niezależnych* zmiennych losowych. (Marek Kac proponował termin *reguła mnożenia prawdopodobieństw* by podkreślić iż jest to (dosyć) restrykcyjny warunek matematyczny, a nie fizyczny.) Jednym ze sposobów osłabiania stochastycznej niezależności są tzw. warunki silnego mieszania (strong mixing). Określa się je poprzez "odlegości" pomiędzy sigma-algebrami $\mathcal{A}$ i $\mathcal{B}$, takimi jak np. $\alpha(\mathcal{A},\mathcal{B}) := \sup_{A\in\mathcal{A},B\in\mathcal{B}} |\Pr(A\cap B) - \Pr(A)\Pr(B)|$, (M. Rosenblatt) czy $\rho(\mathcal{A},\mathcal{B}) := \sup\{|corr(f,g)| : f \in L_2(\mathcal{A}), g \in L_2(\mathcal{B})\}$ gdzie $corr$ oznacza współczynnik korelacji. $[0 \le 4\alpha(\mathcal{A},\mathcal{B}) \le \rho(\mathcal{A},\mathcal{B}) \le 1]$
Następnie definiuje się współczyniki $\alpha(n)$ i $\rho(n)$ jako supremum odległości pomiędzy sigma-algebrami generowanymi przez ciąg $X_1, X_2, ...$ podzielonym na dwie części oddzielone przez n kolejnych wyrazów ciągu. Dr Bryc wykorzystując techniki przestrzeni L^p podał reprezentacje pewnych zmiennych losowych jako warunkowe wartości oczekiwane i otrzymał nierówność typu Rosentala. To pozwoliło rozszerzyć wcześniejsze wyniki (na przypadek $\rho < 1$), które są przedstawione w podrozdziale pt. *A "two-projections" theorem of Bryc*, str. 370-385, w monografii R. C. Bradleya *Introduction to strong mixing conditions*, vol. 1, Kendrick Press, 2007 r. (Także inne wyniki dr Bryca są w wymienionej trzy tomowej monografii.)

iii). Trzecim i największym pod względem ilości publikacji, obszarem zainteresowań dr. Bryca są charakteryzacje rozkładów zmiennych losowych i procesów stochastycznych zadanych przez warunkowe wartości oczekiwane (pierwsze i drugie momenty). [Tematyka ta była zainicjowana przez Profesor Agnieszkę Plucińską na Politechnice Warszawskiej w latach 70-tych ub. wieku.] Na przykład, gdy całkowalny z kwadratem proces $X_{k\in\mathbb{Z}}$ jest stacjonarnym oraz

$$\begin{aligned}\mathbb{E}[X_k|..., X_{k-2}, X_{k-1}, X_{k+1}, X_{k+2}, ...] &= a(X_{k-1} + X_{k+1}) + b);\\ \mathbb{E}[X_k^2|..., X_{k-2}, X_{k-1}, X_{k+1}, X_{k+2}, ...]&\\ = A(X_{k-1}^2 + X_{k+1}^2) + B(X_{k-1}\cdot X_{k+1}) &+ C + D(X_{k-1} + X_{k+1}),\end{aligned}$$

(gdzie a, b, A, B, C i D są stałymi) to w pracy w *Annals of Probability*, vol. 29, 2001 r. opisano dla takich ciągów m.in., ich rozkłady jednowymiarowe, wśród których może wystąpić rozkład normalny. Ważnym narzędziem badawczym były tu wielomiany ortogonalne.

Tematyka procesów z liniowymi regresjami i kwadratowymi wariancjami nie jest być może w centrum współczesnej probabilistyki. Jednakże wyniki z ostatnich lat dr. Bryca i jego współpracowników z Politechniki Warszawskiej wskazały na (nieoczekiwany?) związek z tzw. wolną probabilistyką, którą przed kilku dekadami zainicjował D. Voiculescu (obecnie w Berkeley University). Jeśli w przyszłości wolna probabilistyka istotnie pozwoli lepiej zrozumieć fizykę kwantową i inne dziedziny nauki to wyniki dr. Bryca uzyskają jeszcze większe znaczenie.

iv). W ostatnich latach w dorobku naukowym dr. Bryca obecna jest też tematyka macierzy losowych i relacje q-komutowania. Dużym zainteresowaniem spotkała się Jego wspólna praca z A. Dembo i T. Jiangiem z *Annals of Probability*, vol. 34, 2006. Przypomnijmy, że dla symetrycznej nxn macierzy $\mathbf{A}$ i jej wartości własnych $\lambda_j(\boldsymbol{A})$ określamy miarę losową $\hat{\mu}(\boldsymbol{A})(dx) = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n}\delta_{\lambda_j(\boldsymbol{A})}(dx)$, zaś celem jest opisanie słabej granicy gdy $n \to \infty$. Klasyczny wynik Wignera mówi, że w wielu sytuacjach (macierzy $\mathbf{A}$) granicą jest rozkład na półokręgu (tzw. semi-circle law).

W omawianej pracy Autorzy badali m. in., unormowane granice dla macierzy Hankela $\boldsymbol{H}_n$ i macierzy Toeplitza $\boldsymbol{T}_n$, gdzie $\boldsymbol{H}_n := (X_{i+j-1})_{1\le i,j\le n}$, $\boldsymbol{T}_n := (X_{|i-j|})_{1\le i,j\le n}$, zaś $X_n, n = 0, 1, ...$ są stochastycznie niezależnymi i jednakowo rozłożonymi zmiennymi losowowymi. Przy założeniu, że wariancja X_1 jest skończona wykazano istnienie, prawie wszędzie, słabych granic ciągów $\hat{\mu}(\boldsymbol{T}_n/\sqrt{n})$ oraz $\hat{\mu}(\boldsymbol{H}_n/\sqrt{n})$. Niestety o granicach tych, poza momentami, nie wiele wiadomo – są to raczej twierdzenia typu egzystencjalnego. [W nieprzytoczonym tu przypadku (dla scentrowanej) macierzy Markowa granicą jest wolny splot ($\boxplus$) rozkładu Wignera na półokręgu i standardowego rozkładu normalnego.]

2. **Osiągnięcia dydaktyczne i organizacyjne**. Dr Włodzimierz Bryc od 1985 r. pracuje w Stanach Zjednoczonych, ostatnio w University of Cincinnati, w Cincinnati, w stanie Ohio. Tam wypromował dwóch doktorów: Tamera Oraby w roku 2008 (wg MathSciNet ma on 10 publikacji i 28 cytowań) i Andoniana Rarivoarimanana w 2014 (wg MathSciNet ma 1 publikację). Tam też rozwinęła się Jego rożnorodna działalność dydaktyczna. Moją uwagę zwrócił przygotowany przez Niego "Math Placement Test".

Był recenzentem jednej rozprawy doktorskiej (w Polsce) i trzech rozpraw habilitacyjnych (w Tunezji, we Francji i w Niemczech). Wygłosił wiele wykładów adresowanych m.in. do doktorantów, w tym kilka na Politechnice

Warszawskiej.

Dr Bryc utrzymuje intensywne kontakty z polskimi matematykami. W ramach tej współpracy były to m. in. Jego trzymiesięczne pobyty w 2003 i w 2011 roku, na Politechnice Warszawskiej, w czasie których prowadził wykłady i wspólne badania naukowe. Kontakty te, to także zapraszanie kolegów i współpracowników do Uniwersytetu w Cincinnati.

Od 8 lat jest On w Redakcji Demonstratio Mathematica (Politechnika Warszawska) gdzie opublikował także kilka swoich prac. Od blisko 10 lat jest też w Redakcji prestiżowego Journal of Theoretical Probability. Oprócz wizyt w Polsce, dr Bryc odbył m.in. semestralny staż w Stanford University w 2002r., a rok 1985 spędził w University of California w San Diego.

Bardzo bogaty i różnorodny dorobek naukowy doceniony był wieloma grantami naukowymi w USA i w projektach międzynarodowych. Ponadto wygłosił On ponad 100 wykładów na konferencjach i seminariach w wielu ośrodkach na całym świecie (w tym było wiele odczytów zaproszonych). Recenzował kilkanaście międzynarodowych projektów badawczych (w tym dla Narodowego Centrum Nauki i National Science Foundation).

3. **KONKLUZJA**. Dorobek naukowy, dydaktyczny i organizacyjny dr. Włodzimierza Bryca dowodzi, że jest On znanym i cenionym w międzynarodowym środowisku polsko-amerykańskim matematykiem. Uważam, że brak habilitacji wiąże się jedynie z tym iż w USA (ale też w wielu innych krajach !) nie ma wymogu takiego stopnia naukowego. Z drugiej strony, z obecnego dorobku dr. Bryca łatwo można byłoby wyodrębnić co najmnniej dwie bardzo dobre rozprawy habilitacyjne.

W mojej ocenie dorobek naukowy i dydaktyczny dr. Włodzimierza Bryca spełniają wymagania Ustawy z dnia 14 marca 2003 r.*o stopniach naukowych i tytule naukowym oraz o stopniach i tytule w zakresie sztuki*, w tym Art. 26, i dlatego popieram wniosek o nadaniu Mu tytułu naukowgo profesora nauk matematycznych.

Zbigniew J. Jurek