prof. dr hab. Adam Paszkiewicz

Katedra Teorii Prawdopodobiestwa i Statystyki

Wydział Matematyki i Informatyki Uniwersytetu Łódzkiego

Opinia o dorobku naukowym profesora Włodzimierza Bryca oraz działalności organizacyjnej i dydaktycznej w związku z procedurą o nadanie tytułu naukowego profesora

Profesor Włodzimierz Bryc jest autorem, ogółem 29 prac naukowych i współ autorem, kolejnych, 45. W większości prace te są opublikowane w bardzo dobrych lub znakomitych czasopismach. Jest też autorem monografii, *"Normal distributions: characterizations with applications"* (Springer 1995), w cenionej serii Lecture Notes in Statistics.

Wiele prac wskazuje, że opiniowany Kandydat ma cenny talent nawiązywania współpracy naukowej. Zróżnicowane grono współautorów wskazuje jednocześnie, że udział Kandydata jest zawsze zasadniczy. Omówię tu jedynie wybrane prace, szczególnie ważne lub charakterystyczne dla poszczególnych kierunków badań. Nie oddzielę prac autorskich i wspól autorskich.

Największym osiągnięciem Kandydata pozostaje cykl prac dotyczących zasady wielkich odchyleń.

W pracy H. Bell, W. Bryc, *"Variational representations of Varadhan functionals"*, Proceedings of the American Mathematical Society 129, 7 (2000), 2119-21125, Kandydat elegancko ujął, to co w jakimś sensie zrozumiał pisząc pracę W. Bryc, *"On the large deviation principle by the asymptotic value method"*, in: *Diffusion Processes and Related Problems in Analysis*, Ed. M. Pinsky, vol. I, pp. 447-472, Birkhäuser, 1990. Wynik wchodzi do historii matematyki: Rozważam funkcjonał $\mathbb{L}$ na przestrzeni $C_b(X)$ funkcji ciągłych ograniczony na przestrzeni polskiej X. Jeśli

(i) $\mathbb{L}(F) \leq \mathbb{L}(G)$ dla $F \leq G$;

(ii) $\mathbb{L}(F + c) \leq \mathbb{L}(F) + c$ dla $c \in \mathbb{R}$;

(iii) $\mathbb{L}(F \vee G) = \mathbb{L}(F) \vee \mathbb{L}(G)$;

(iv) $\mathbb{L}(F_r) \to 0$ dla $F_n \searrow 0$; to

$$\mathbb{L}(F) = L_0 + \sup_{n \in X} (F(x) - H(x))$$

dla pewnej funkcji $H : X \to \mathbb{R}$ i ma miejsce reprezentacja

$$H(x) = \mathbb{L}(0) + \sup_{F \in C_b(X)} (F(x) - \mathbb{L}(F)).$$

(Wystarczyły 3 strony dowodu, właściwie opartego na uzwarceniu Čech'a-Stone'a.)

Praca W. Bryc, D. Minda, S. Sethuraman, *"Large deviations for the leaves in some random trees"*, Adv. Appl. Probab. 41 (2009), 845-873 jest dużym osiągnięciem, które powstało z grubsza w następujących etapach. Autorzy wykazali się dużą erudycją w zakresie ważnych w praktyce pytań dotyczących grafów w kształcie drzewa. Zauważyli, że można je objąć badaniem genialnie prostego łańcucha Markowa (będąc niesymetrycznym i niejednorodnym błądzeniem). Jako cel pojawiło się udowodnienie twierdzenia o funkcji wagowej w zasadzie wielkich odchyleń dla stanu w chwili n (Twierdzenie 1.1); wykazanie prawa wielkich liczb i centralne twierdzenie graniczne dla tegoż stanu (Twierdzenie 1.3); a także uzyskanie zasady wielkich odchyleń dla trajektorii do chwili n, dla $n \to \infty$. Ten ostatni fakt mówi o trajektoriach z przeskalowanym parametrem, z przedziału $[0, n]$ dp przedziału $[0, 1]$.

Następnie autorzy wykorzystują erudycję i doświadczenie w znajdowaniu funkcji wagowej jako transformaty Legendre'a tzw. ciśnienia Λ dla ciągu rozkładów:

$$I(x) = \sup_{\lambda \in \mathbb{R}} (\lambda x - \log \Lambda(\lambda)).$$

Pojawia się szereg zależności różniczkowy, w które będzie wplątany ten potencjał (gdyż musi on mieć postać

$$\Lambda(\lambda) = \lim_{n \to \infty} \frac{1}{n} \log \mathbb{E}(\exp \lambda Z_n),$$

gdy Z_n jest stanem w chwili n.)

Skorzystanie z tych zależności wymaga sporego talentu matematycznego. Autorzy osiągnęli sukces między innymi dowodząc przejść granicznych w analizie

rzeczywistej poprzez badanie rozszerzeń analitycznych pewnych funkcji na płaszczyznę zespoloną. Następnie przeprowadzili oryginalną kontrolę przesuwania się osobliwości. Dowód Lematu 4.3 jest tu pięknym przykładem. Warto jeszcze podkreślić dodatkowe trudności w dowodzie Twierdzenia 1.2 o trajektoriach. Techniki warunkowych rozkładów są stosowane w sposb wyjątkowo skomplikowany i przemyślany. Nie spotkałem się chyba z trudniejszym dowodem w bogatej obecnie kolekcji mocnych twierdzeń granicznych (gdzie zawsze badanie musi dotyczyć całej trajektorii).

Piękną perełką jest praca *"A remark on the connection between the large deviation principle and the central limit theorem"*, Statistics and Probability Letters 18 (1993), 253, 256. Dla rzeczywistych zmiennych losowych X_t, omawiana już tutaj funkcji $\mathbb{L}(\cdot) : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, określona przez ekstrema po t pewnych momentów X_t (typu exponencialnego) decyduje o zachodzeniu zasady wielkich odchyleń. Jej istnienie mówi jednocześnie o zachowaniu transformat Laplace'a rozkładów zmiennych X_t. Pojawia się analogon pewnego dowodu C.T.G. I rzeczywiście $t^{1/2}X_t$ zbiega wg rozkładu do $N(0, \sigma)$ dla pewnego $\sigma > 0$. W dowodzie z transformat Laplace'a przechodzi się do ciągu kumutant i przez nie odgaduje się graniczny rozkład. Osiągnięcie jest znacznie większe niż wskazywałyby 2 strony dowodów.

Praca W. Bryc, A. Dembo, *"On large derivations of empirical measures for stationary Gaussian processes"*, Stochastic Processes and their applications 58 (1995), 23-34 dotyczy bardziej szczególnego zagadnienia. Biorę proces Gaussowski stacjonarny, np. ciąg gaussowski stacjonarny i biorę miary unormowane skupione na wartościach pierwszych n wyrazów ciągu. Są to naturalne miary losowe, zbieżne do obserwacji losowo wybranego wyrazu. Autorzy wyczerpująco badają przy jakich założeniach o korelacjach zachodzi tu, a przy jakich założeniach nie zachodzi zasada wielkich odchyleń. Pytanie ciekawe, choć wyniki bardziej przewidywalne niż we wcześniejszych pracach cyklu o wielkich odchyleniach. Dowód Twierdzenia 2.2 o przykładach ciągów, dla których zasada wielkich odchyleń nie zachodzi jest pomysłowy. Prezentacja rozumowań jest bardzo zależna od innych tekstów, nadziana odsyłaczami, przeznaczona dla specjalistów. Szkoda, przy tak prostym i ładnym zagadnieniu, które mogłoby zainteresować większe grono matematyków.

Zbadanie procesów stacjonarnych z tzw. liniową regresją (harnessy) jest ważnym, szeroko znanym na świecie osiągnięciem Kandydata oraz profesora Jacka Wesołowskiego. Chcę tu omówić pracę: W. Bryc, *"Stationary random fields with linear regressions"*, The Annals of Probability 29 (2001), 504-519. Rozważmy ciąg słabo stacjonarny, X_k, $k \in \mathbb{Z}$, dla którego istnieje symetryczna funkcja liniowa $L(x, y)$ oraz symetryczna funkcja kwadratowa $Q(x, y)$, $x, y \in \mathbb{R}$, takie, że

$$\mathbb{E}(X_k | \ldots, X_{k-2}, X_{k-1}, X_{k+1}, X_{k+2}, \ldots) = L(X_{k-1}, X_{k+1}), \tag{1}$$

$$\mathbb{E}(X_k^2 | \ldots, X_{k-2}, X_{k-1}, X_{k+1}, X_{k+2}, \ldots) = Q(X_{k-1}, X_{k+1}), \tag{2}$$

X_k – mają takie same rozkłady dla $x \in \mathbb{Z}$. Dla prostoty przyjmiemy też $\mathbb{E}X_k = 0$, $\mathbb{D}^2 X_k = 1$. W tej pracy (jak i innych mi znanych) autorzy nie przedstawiają głębszego fizycznego sensu dla takiego modelu. Jednak badanie zwykłej nieskończonej struny w losowym środowisku musi rodzić podobne problemy. Ścisła, rozwinięta matematyka dotycząca opisanych ciągów X_k może dawać przynajmniej jakościowe wyobrażenie o fizycznym układzie. Pewne założenia o parametrach ukrytych w równaniach (1) i (2) są niezbędne i należą do standardów. Przy takich, stosownych założeniach Autor dowodzi trzech zaskakująco wyczerpujących twierdzeń, o zaskakująco złożonych dowodach. Trudności rachunkowe są wbrew pozorom umiarkowane. Twierdzenie 3.1 mówi, że wystarczy założyć warunek (1), by efektywnie wyznaczyć ciąg korelacji $r_k := \mathbb{E}X_0 X_k = \rho^{|k|}$ dla $k \in \mathbb{Z}$, dla pewnego $0 < \rho < 1$. W dowodzie zauważa się szereg zależności rekurencyjnych dotyczących rozmaitych warunkowych wartości oczekiwanych. Skomplikowane rozważania dotyczące równań funkcyjnych (z przesuniętymi argumentami) dają dowód.

Twierdzenie 3.2 mówi, że przy założeniach (1) i (2) ukryte w nich współczynniki determinują rozkładX_k. Pojawiają się dobrze znane jak i nowe, ważne od tego momentu, rozkłady. Skuteczne okazało się badanie wielomianów od X_k (ortogonalnych przy pewnych rozkładach). Rozważania wymagały pracy i talentu.

Twierdzenie 3.3 mówi, że w powyższych wynikach nie można zastąpić warunków (1), (2) słabszymi założeniami

$$\mathbb{E}(X_k | X_{k-1}, X_{k+1}) = L(X_{k-1}, X_{k+1}),$$

$$\mathbb{E}(X_k^2|X_{k-1}, X_{k+1}) = \mathbb{Q}(X_{k-1}, X_{k+1}).$$

Skonstruowane w dowodzie przykłady wraz z przykładami skonstruowanymi w rozdziale 5. pracy dowodzą rozległej wyobraźni matematycznej Kandydata (poza imponującą erudycją dotyczącą funkcji specjalnych i szeregów). Rozdział 5. zawiera konstrukcje ciągów X_k mieszczących się w klasie łańcuchów Markowa.

Spośród prac pozostających poza wspomnianymi cyklami omówię pracę R. Bradley, W. Bryc, *"Multilinear forms and measures of dependence between random variable"*, Journal of Multivariate Analysis 16 (1985), 335-367. Formalnie jest poświęcona miarom jednoczesnej niezależności wielu σ-ciał zdarzeń $F_1, \ldots, F_n$. Temat potraktowany jest wyczerpująco. Zasadniczym językiem pracy jest wiązanie proponowanych ocen z formułami dotyczącymi momentów pewnych zmiennych losowych generujących $F_1, \ldots, F_n$. Rozpatrzone są tu możliwości pojawiające się, gdy zmienne mają wartości w nieskoćzenie wymiarowej przestrzeni Hilberta. Podane są przykłady pokazujące optymalność uzyskanych twierdzeń (sekcje 4.3; 4.4). Autorzy wykazują się dużą erudycją. Uważam jednak, że na pracę należy zwrócić uwagę z innych względów. Autorzy dostrzegli, że niezbędne jest rozwinięcie teorii operatorów wieloliniowych pomiędzy przestrzeniami funkcyjnymi. Związki między prawdopodobieństwami ogonów a momentami zmiennych losowych będących wartościami takich odwzorowań są zaskakujące i głębokie. Dowody – to najwyższy poziom technik typowych dla praw wielkich liczb. Decydujące też było zręczne wykorzystanie twierdzenia Riesa-Torina. Najciekawszym efektem jest Twierdzenie 2.1. Być może warto przemyśleć notację i wyeksponoać ten wynik w kolejnym artykule. Nie przeczy to odczuciu, że praca, z uwagi na swój cel, jest bardzo ładnie zredagowana.

Wspomnę jeszcze o pracy Kandydata, *"Conditional expectation with respect to dependent σ-fields"*, Proceedings of the Seventh Conference on Probability Theory, 1982, Brasov, Romania, 409-411. Zawiera ona następujący wynik. Niech σ-ciała zdarzeń F_1, F_2 spełniają $F_1 \cap F_2 = \{\emptyset, \Omega\}$. Rozważamy, dla prostoty wyłącznie scentrowane zmienne losowe. Kandydat dowodzi, że jeśli dla pewnego $\rho < 1$ współczynnik korelacji spełnia $\rho(X_1, X_2) \leq \rho$, dla dowolnych $X_1 \in L_2(F_1)$, $X_2 \in L_2(F_2)$, to dla $1 < p \leq \infty$, $Y_1 \in L_p(F_1)$, $Y_2 \in L_p(F_2)$ istnieje Z spełniające

$Y_1 = \mathbb{E}(Z|F_1)$, $Y_2 = \mathbb{E}(Z|F_2)$.

Dla $p = 2$ problem rozstrzyga ogólny opis wzajemnego położenia projekcji w przestrzeni Hilberta. Dla pozostałych p dowód wymagał sprytnego użycia przestrzeni sprzężonych i badania iteracji złożenia $(E_1E_2)^n$ dla $E_1 = \mathbb{E}(\cdot|F_1)$, $i = 1, 2$.

Ta krótka notka pokazuje rozległość zainteresowań i możliwości kandydata. Tematyka, w kontekście chociażby niekomutatywnych warunkowych wartości oczekiwanych, do dziś nie jest zamknięta. Autor stosuje elegancką analizę funkcjonalną (a nie sztandarową metodę momentów). Pokazuje też, że umie korzystać ze współpracy naukowej.

Wiele innych cennych prac nie omawiam, głównie z uwagi na złożoność techniczną lub pojęciową (np. pozostałe prace o harnessach).

Imponująca jest też kariera akademicka Kandydata oraz zasługi jako wykładowcy i popularyzatora nauki.

Kandydat pracuje na wyższych uczelniach od ukończenia studiów w 1978 r. Doktorat uzyskał już w 1981 r. Od 1985 r. pracuje na uczelniach amerykańskich, od 1995 jako (pełny) profesor Uniwersytetu w Cincinnati, 6-krotnie był zapraszany jako visiting profesor do innych uczelni.

Jest członkiem dwóch redakcji naukowych (w tym czasopisma Journal of Theoretical Probability). Wypromował dwóch doktorów. Kierował trzema grantami National Science Foundations. Jego współpraca naukowa jest szczególnie ożywiona. Prezentował wyników na 85 ważnych konferencjach. Ma wspólne prace z największymi twórcami teorii wielkich odchyleń, wolnego prawdopodobieństwa i teorii procesów gaussowskich.

Podsumowując profesor Włodzimierz Bryc jest jednym z najwybitniejszych polskich matematyków swego pokolenia i znakomitym animatorem rozwoju badań matematycznych. Wniosek o nadanie Kandydatowi tutułu naukowego profesora jest w pełni uzasadniony.

Łódź, 10.04.2016 A. Pokrzywa