Załącznik
do protokołu z posiedzenia
Rady Wydziału Matematyki i Nauk Informacyjnych PW
w dniu 18 października 2012
Przebieg dyskusji na kolokwium habilitacyjnym
dr. Leszka Pysiaka.

Pytania i odpowiedzi:

Prof. A. Tralle: Proszę omówić własności algebry nieprzemiennej grupoidu transformacji i modułu derywacji tej algebry.

dr. L. Pysiak: Nieprzemienność algebry opisywana jest przez jej centrum $\mathbb{Z}(\mathcal{A})$. Ponieważ nasza algebra, z działaniem splotowym, ma centrum zerowe, więc można powiedzieć, że w tym sensie jest najbardziej nieprzemienna jak to tylko możliwe. Jeśli chodzi o moduł derywacji to wprowadza się tu pojęcie, tak zwanego centrum zewnętrznego funkcji na rozmaitości M, np. czasoprzestrzeni. Derywacje w centrum zewnętrznym to są po po prostu pola styczne do M czyli operatory spełniające warunek Leibnitza. W naszej algebrze, proszę pamiętać, że rozpatrujemy tu działanie splotowe, jest więcej derywacji. W przestrzeni totalnej wiązki głównej można wyróżnić derywacje indukowane z koneksji, tak zwane poziome, oraz określone przez pola fundamentalne czyli pionowe. Trzeci typ to derywacje wewnętrzne określone przez działanie dołączone $ad_a b = a \star b - b \star a$. Każdy z tych typów tworzy moduł nad $\mathbb{Z}$ i z derywacji tych budujemy geometrię.

Prof. M. Bożejko: W teorii grup uniwersalną rolę odgrywają grupy permutacji. Proszę powiedzieć jakie podstawowe grupoidy pełnią analogiczną, uniwersalną w tym sensie rolę.

dr. L. Pysiak: Grupoid transformacji wydaje się być tym uniwersalnym przykładem. Nie umiem jednak powiedzieć czy każdy grupoid jest podgrupoidem jakiegoś grupoidu transformacji, nie wiem.

Prof. M. Bożejko: Chodzi tu o grupoid izometrii. Czy w modelach Habilitanta pojawiają się modele wolnej probabilistyki Voiculescu?

dr. L. Pysiak: Brakuje tu pojęcia niezależności, czy raczej wolnej niezależności. W Algebrze von Neumanna, pojawiają się produkty tensorowe podalgebr $M_{U1} \otimes M_{U1}$ określonych na rozłącznych podzbiorach czasoprzestrzeni. Chcemy wyjaśnić w tych termiancj paradoks EPR. Niezależność stanów klasycznych oznacza tu, że $\rho(m_1 \star m_2) = \rho(m_1) \star \rho(m_2)$ Jeśli bierzemy stany normalne to algebry o zerowym komutatorze $[M_{U1}, M_{U1}] = 0$ to wolna niezależność polega na tym, że warunek $\rho(m_1 \star m_2) = 0$ zachodzi tylko dla $\rho(m_1) = \rho(m_2) = 0$. Nieprzemienność algebry pociąga istnienie stanów splątanych.

Prof. M.Mączyński: W teorii reprezentacji grup pojawia się pojęcie charakteru i twierdzenia o ortogonalności dla charakterów. Czy pojęcie charakteru pojawia się też przy reprezentacji grupoidu?

dr. L. Pysiak: Pojęcie charakteru można wprowadzić jeśli wiązka w której działamy jest skończenie wymiarowa. Będą to ślady operatorów. Ale nie istnieją tu formuły typu Weila.

Prof. A. Tralle: Proszę omówić przejście w modelu unifikacyjnym grupoidowym do geometrii czasoprzestrzeni i do sektora kwantowego.

dr. L. Pysiak: Wprowadzamy operator typu ślad, $P : \mathcal{A} \to C^\infty(M)$ jako $P(a) = \int_G a(p, pg)dg$. Jest to gładka funkcja na rozmaitości. W ten sposób zadajemy geometrię, klasyczną gdy rozpatrujemy derywacje poziome. Przejście do sektora kwantowego nastepuje z chwilą wyboru reprezentacji w wiązce o włóknach Hilberta poprzez ustalanie tam reperów.

Prof. M. Bożejko: Proszę omówić miary operatorowe w wynikach Habilitanta i ich rolę w pracach Habilitanta.

dr. L. Pysiak: Na wiązkach Hilberta mamy systemy imprymitywności (U, H) z operatorami rzutowymi na włókna. Mamy zatem tam miary na reprezentacji grupy.

Prof. M. Bożejko: Czy chodzi o miary spektralne?

dr. L. Pysiak: Tak, sa to miary spektralne operatorów izometrycznych.

Prof. S.Janeczko: Który z wyników wymagał pokonania istotnych trudności?

dr. L. Pysiak: Niewątpliwie twierdzenie o imprymitywności dla grupoidów wymaga, rzekłbym, nieschematycznego dowodu. Pojawia się tu wiele kłopotów, których wyeliminowanie polega na stosowaniu metod analitycznych stosowanych w analizie funkcjonalnej.

Jan Samsonowicz