

Zestaw pytań

na egzamin dyplomowy licencjacki na kierunku Matematyka

Każda odpowiedź powinna zawierać: definicje podstawowych pojęć, najważniejsze twierdzenia, przykłady i kontrprzykłady (w tym nietrywialne), zastosowania.

1. Ciągi i szeregi liczbowe i funkcyjne
 - kryteria zbieżności,
 - rodzaje zbieżności
 - szeregi potęgowe
 - własności granic ciągów i szeregów funkcyjnych
2. Funkcje ciągłe i ich własności
 - twierdzenie Weierstrassa o osiągnięciu kresów
 - własność Darboux
3. Funkcje różniczkowalne jednej i wielu zmiennych
 - twierdzenie Rolle'a, Lagrange'a, Taylora
 - gradient
 - warunki konieczne i dostateczne istnienia ekstremum
4. Całka Lebesgue'a
 - twierdzenie Fubinię
 - twierdzenia o przechodzeniu do granicy pod znakiem całki
 - zamiana zmiennych (np. współrzędne biegunowe, sferyczne)
5. Relacja równoważności oraz moc zbioru
 - klasy abstrakcji
 - równoliczność, przeliczalność, nieprzeliczalność, twierdzenie Cantora
6. Podstawowe pojęcia teorii grafów
 - drzewa, najtańsze drzewo rozpinające
 - spójność, twierdzenie Menger'a
 - cykle Eulera i Hamiltona
 - kolorowanie grafów
 - grafy planarne
7. Przestrzenie liniowe
 - liniowa niezależność,
 - baza przestrzeni, wymiar przestrzeni, przestrzenie skończone i nieskończone wymiarowe
8. Przekształcenia liniowe i układy równań liniowych
 - jądro i obraz przekształcenia
 - macierz przekształcenia, rząd i wyznacznik macierzy
 - twierdzenie Kroneckera-Capelliego
 - twierdzenie Cramera
 - wartości, wektory i przestrzenie własne
 - podobieństwo macierzy, diagonalizowalność
9. Podstawowe struktury algebraiczne
 - grupy (abelowe i nieabelowe)
 - dzielniki normalne, grupy ilorazowe, twierdzenie Lagrange'a

- grupy przekształceń
 - pierścienie
 - ciała
 - homomorfizmy
10. Elementy topologii w przestrzeniach metrycznych
- domkniętość, otwartość
 - zupełność
 - zwartość
 - homeomorfizmy i ich niezmienniki
11. Istnienie i jednoznaczność rozwiązań równań różniczkowych zwyczajnych w przestrzeniach euklidesowych
12. Układy równań różniczkowych liniowych
- przestrzeń rozwiązań, układ fundamentalny
 - wyznacznik Wrońskiego
13. Przestrzenie Banacha i Hilberta
- norma
 - iloczyn skalarny, ortogonalność
 - przestrzenie ciągowe i funkcyjne
 - przestrzenie refleksywne
14. Operatory i funkcjonały liniowe ciągłe
- norma operatora
 - przestrzeń operatorów
 - operatory normalne, samosprężone, unitarne
 - spektrum, twierdzenie spektralne dla operatorów samosprężonych
15. Podstawowe własności funkcji harmonicznyc
- twierdzenia o wartości średniej
 - zasada maksimum
 - podstawowe metody rozwiązywania równania Laplace'a (np. w kole, prostokącie)
16. Funkcje holomorfczne
- holomorfczność a różniczkowalność w sensie rzeczywistym
 - twierdzenia i wzory całkowe Cauchy'ego
17. Podstawowe zagadnienia analizy numerycznej
- podstawowe własności arytmetyki zmiennopozycyjnej
 - zadanie numeryczne i jego uwarunkowanie
 - stabilność numeryczna algorytmów
18. Przestrzenie probabilistyczne i zmienne losowe
- rozkłady prawdopodobieństwa (dyskretne i ciągłe), gęstość, dystrybuanta, charakterystyki rozkładów
 - prawdopodobieństwo warunkowe i niezależność
19. Twierdzenia graniczne rachunku prawdopodobieństwa
- zbieżność rozkładów
 - prawa wielkich liczb
 - Centralne Twierdzenia Graniczne
20. Metody estymacji nieznanyc parametrów rozkładów zmiennyc losowyc
- podstawowe własności estymatorów

- estymacja przedziałowa
- metody wyznaczania estymatorów
- podstawowe pojęcia teorii weryfikacji hipotez